BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC NHA TRANG

CỘNG HOÀ XÃ HỘI CHỦ NGHĨA VIỆT NAM
Độc lập - Tự do - Hạnh phúc

DẠNG THỨC ĐỀ THI MÔN TOÁN CAO CẤP CHO TUYỂN SINH ĐÀO TẠO TRÌNH ĐỘ THẠC SĨ

(Theo Quyết định số 128 /QĐ-ĐHNT ngày 10/02/2015)

1. Cấu trúc bài thi: bài thi gồm các câu hỏi dưới dạng bài tập.

2. Thang điểm: thang điểm 10.

3. Thời gian làm bài: 180 phút.

4. Nội dung bài thi:

TT	Phần	Dạng thức và thang điểm
1.	**Phép tính vi phân hàm một biến**	Thí sinh biết vận dụng: các giới hạn cơ bản, vô cùng bé, vô cùng lớn, quy tắc L'hospital để tính giới hạn hoặc xét tính liên tục của hàm số *(1 điểm)*
		Vận dụng đạo hàm, vi phân để giải quyết một trong các bài toán ứng dụng như: Tính gần đúng giá trị của biểu thức; tìm cực trị của hàm một biến; khảo sát hàm số *(1 điểm)*
		Khai triển Tay lor; khai triển Maclaurin của các hàm số *(1 điểm)*
2.	**Phép tính tích phân hàm một biến**	Ứng dụng tích phân để tính diện tích hình phẳng; tính giới hạn của dãy số *(1 điểm)*
3.	**Phép tính vi phân hàm nhiều biến**	Thí sinh sử dụng đạo hàm riêng cấp 1, cấp 2 để tính giá trị của biểu thức *(1 điểm)*
		Thí sinh giải quyết một trong các bài toán như: tìm cực trị tự do; tìm cực trị có điều kiện; bài toán max-min trên tập đóng và giới nội của hàm hai biến số *(1,5 điểm)*
4.	**Phương trình vi phân**	Tìm nghiệm tổng quát, nghiệm riêng của phương trình vi phân cấp một. Thí sinh giải quyết phương trình vi phân dang tách biến hoặc phương trình vi phân tuyến tính cấp 1 *(1 điểm)*
		Thí sinh sử dụng phương pháp biến thiên hằng số Langarange hoặc phương pháp đồng nhất hệ số để giải phương trình vi phân tuyến tính cấp 2 hệ số hằng số *(1,5 điểm)*
5.	**Phần tự chọn**	Phần tự chọn: thí sinh biết vận dụng các kiến thức toán học ở trên để giải quyết các bài toán ứng dụng đơn giản *(1 điểm)*

5. Yêu cầu: Thí sinh phải đạt tối thiểu 5,0 điểm mới đủ điều kiện xét tuyển.

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC NHA TRANG

ĐỀ THI MẪU

ĐỀ THI MÔN TOÁN CAO CẤP

Thời gian làm bài: 180 phút

Câu 1 (1.0 *điểm*). Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}\dfrac{(e^x-1)(\cos mx-1)}{2x^5+x^3}; & \text{khi } x\neq 0\\ \dfrac{-3m^2}{2}+1; & \text{khi } x=0\end{cases}$, ($m$ tham số thực).

Xác định m để hàm số $f(x)$ liên tục trên **R**.

Câu 2 (1.0 *điểm*). Cho hàm số $f(x)=\ln(1+2x)$. Khai triển Maclaurin của hàm số $f(x)$ đến cấp *n*.

Câu 3 (1.0 *điểm*). Khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số $y=f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}$.

Câu 4 (1.0 *điểm*). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=x^2$, $x=y^2$

Câu 5 (1.0 *điểm*). Cho hàm số $u=u(x,y)=\sqrt{6x^2+y^2}$, tính giá trị của biểu thức

a). $A=2.u'_x(2,1)+u'_y(2,1)$. b). $B=4.u''_{xy}(2,1)+5.u''_{yy}(2,1)$.

Câu 6 (1.5 *điểm*). Tìm cực trị tự do của hàm số $f(x,y)=-x^2-2y^2-xy+6x+8y-3$,

Câu 7 (1.0 *điểm*). Giải phương trình vi phân $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}y+xe^x(x^2+1);\ y(0)=0$.

Câu 8 (1.5 *điểm*)**.** Giải phương trình vi phân $y''+6y'+9y=12e^{3x}(3x-2)$.

Câu 9 (1.0 *điểm*). Thí sinh chọn một trong hai câu sau:

9. 1 Sử dụng của câu 6, giải bài toán sau:

Giả sử một xí nghiệp sản xuất một loại sản phẩm và tiêu thụ trên hai thị trường tách biệt. Giả sử đơn giá bán loại sản phẩm này tại thị trường thứ nhất là $P_1=7$, tại thị trường thứ hai là $P_2=8$. Hàm tổng chi phí là $TC(Q_1,Q_2)=Q_1^2+Q_1Q_2+2Q_2^2+Q_1+3$. Ở đây Q_1, Q_2 là lượng sản phẩm bán trên hai thị trường thứ nhất và thứ hai. Hãy tìm lượng hàng phân phối trên hai thị trường sao cho xí nghiệp đạt lợi nhuận tối đa.

9.2 Tìm quỹ đạo trực giao của họ đường cong $y=Cx^2$ (*C: hằng số)*

....…………HẾT………………

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:...; Số báo danh:...

BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO

TRƯỜNG ĐẠI HỌC NHA TRANG

ĐÁP ÁN

Môn thi: TOÁN CAO CẤP

Câu	Nội dung	Thang điểm
1 (1,0đ)	+). Với $x \neq 0$, $f(x) = \dfrac{(e^x - 1)(\cos mx - 1)}{2x^5 + x^3}$ là hàm sơ cấp nên liên tục.	0,25
	+). Để $f(x)$ liên tục trên **R** thì $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = f(0) = -\dfrac{3m^2}{2} + 1$ (*)	0,25
	+).Ta có $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(e^x-1)(\cos mx - 1)}{2x^5 + x^3} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-x.\dfrac{(mx)^2}{2}}{x^3} = -\dfrac{m^2}{2}$ (**)	0,25
	+). Từ (*) và (**) suy ra $-\dfrac{m^2}{2} = -\dfrac{3m^2}{2} + 1 \Leftrightarrow m = \pm 1$	0,25
2. (1,0đ)	+). Ta có $f'(x) = \dfrac{2}{1+2x}; f''(x) = \dfrac{2^2(-1)}{(1+2x)^2}, f'''(x) = \dfrac{2^3(-1)(-2)}{(1+2x)^3}$, $f^{(k)}(x) = \dfrac{(-1)^{k-1}2^k(k-1)!}{(1+2x)^k}$	0,25
	+). Nên $f^{(k)}(0) = (-1)^{k-1}2^k(k-1)!$ và $f^{(n+1)}(c) = \dfrac{(-1)^n 2^{n+1} n!}{(1+2c)^{n+1}}$	0,25
	+) Công thức Maclaurin $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{n} \dfrac{f^{(k)}(0)}{k!}.x^k + \dfrac{f^{(n+1)}(c)}{(n+1)!} x^{n+1}; c \in \overline{(0,x)}$	0,25
	+) Vậy $f(x) = \sum\limits_{k=0}^{n} (-1)^{k-1} \dfrac{2^k}{k} x^k + (-1)^n \dfrac{2^{n+1}}{(1+2c)^{n+1}(n+1)} x^{n+1}$	0,25
3. (1.0đ)		
	+). Miền xác định D=**R** và $y' = \dfrac{-x+1}{\sqrt{(x^2+x+1)^3}}; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$	0,5
	+) Tiệm cận: T/c ngang: $y = \pm 1$ & lập BBT	0,25
	+). Vẽ đồ thị	0,25
4. (1,0đ)	+) Phương trình hoành độ giao điểm suy ra $x = 0, x = 1$	0,25
	+ Hình vẽ	0,25
	+) $S = \dfrac{1}{3}$ (đvdt)	0,5
5. (1,0đ)	+). Tacó $u = u(x,y) = \sqrt{6x^2 + y^2} \Rightarrow u'_x = \dfrac{6x}{\sqrt{6x^2+y^2}}; u'_y = \dfrac{y}{\sqrt{6x^2+y^2}}$ Suy ra $A = 2.\dfrac{\partial u}{\partial x}(2,1) + .\dfrac{\partial u}{\partial y}(2,1) = 2.\dfrac{12}{5} + \dfrac{1}{5} = 5$	0,5

	+). $u''_{xy} = \dfrac{-6xy}{\sqrt{(6x^2+y^2)^3}}; u''_{yy} = \dfrac{6x^2}{\sqrt{(6x^2+y^2)^3}}$; Suy ra $B = 4.\dfrac{\partial^2 u}{\partial x \partial y}(2,1) + 5.\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}(2,1) = 4.\dfrac{(-12)}{125} + 5.\dfrac{24}{125} = \dfrac{72}{125}$	0,5
6 (1,5đ)	+).Xét hệ $\begin{cases} f'_x = 0 \\ f'_y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x - y + 6 = 0 \\ -x - 4y + 8 = 0 \end{cases} \Rightarrow \left(\dfrac{16}{7}, \dfrac{10}{7}\right)$ là điểm dừng .	0,75
	+). $A = f''_{xx} = -2, B = f''_{xy} = -1, C = f''_{yy} = -4 \Rightarrow \Delta = -7$	0,5
	+) Hàm số đạt cực đại tại $\left(\dfrac{16}{7}, \dfrac{10}{7}\right)$	0,25

7. (1,0đ)	+) Ta có $p(x) = -\dfrac{2x}{x^2+1} \Rightarrow -\int p(x)dx = \int \dfrac{2x}{x^2+1}dx = \ln(x^2+1) + C (C = 0)$ Vậy nghiệm của pt thuần nhất $y' - \dfrac{2x}{x^2+1}y = 0$ là $y = C(x^2+1)$	0,25
	+). Tìm nghiệm của pt không thuần nhất, xem $C = C(x)$. Suy ra $C'(x)(x^2+1) = x.e^x(x^2+1) \Rightarrow C'(x) = x.e^x$ $\Rightarrow C(x) = (x.e^x - e^x) + H$; (H là hằng số)	0,5
	+). Vậy nghiệm tổng quát của ph trình đã cho là $y = ((x.e^x - e^x) + H)(x^2+1)$; Từ điều kiện y(0) = 0, suy ra H = 1 nên $y = ((x.e^x - e^x) + 1)(x^2+1)$ là nghiệm riêng của PT đã cho.	0,25
8. (1,5đ)	+).Giải phương trình thuần nhất $y'' + 6y' + 9y = 0 \Rightarrow k^2 + 6k + 9 = 0 \Rightarrow k = -3$	0,25
	+). Nghiệm tổng quát của ptrình thuần nhất $y_{TN} = C_1e^{-3x} + C_2xe^{-3x}$	0,75
	+). Tìm nghiệm riêng $y_R = e^{3x}(Ax+B)$ (vì $\alpha = 3$ không là nghiệm của phương trình đặc trưng), thay vào phương trình đã cho và đồng nhất hai vế Ta được A= 1; B = -1. $y_R = e^{3x}(x-1)$	0,25
	+) Thay vào ta được nghiệm tổng quát $y = e^{3x}(x-1) + C_1e^{-3x} + C_2xe^{-3x}$	0,25
9 (1.0đ)		
9.1	+) Hàm tổng doanh thu $TR = 7Q_1 + 8Q_2$ Hàm lợi nhuận $\pi = TR - TC = -Q_1{}^2 - 2Q_2{}^2 - Q_1Q_2 + 6Q_1 + 8Q_2 - 3$	0,5
	+) Áp dụng kết quả câu 6, suy ra $Q_1 = 2{,}285; Q_2 = 1{,}42$ (đv hàng hóa) thì lợi nhuận của công ty đạt tối đa.	0,5
9.2	+) $y' = 2Cx$, khử C ta được $y' = 2y/x$ (1)	0,25
	+) Để tìm quỹ đạo trực giao, (1) suy ra $-1/y' = 2y/x$	0,25
	+) $\Leftrightarrow xdx + 2ydy = 0 \Leftrightarrow x^2/2 + y^2 = H$ (hằng số) là quỹ đạo trực giao cần tìm	0,25